

BAB III Persamaan Lingkaran (Lingkaran Analitika)

Jarak dua titik $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ ditentukan oleh:

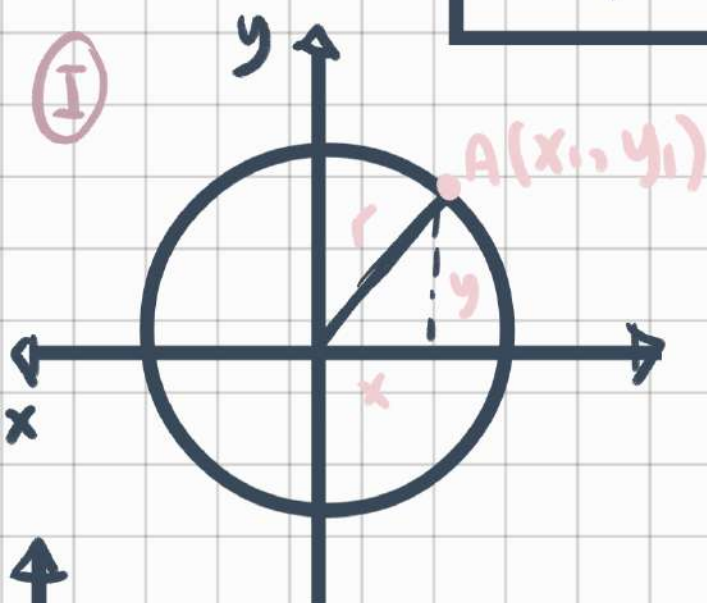
$$j = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

atau

$$j = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Jarak titik $A(x_1, y_1)$ terhadap garis lurus $ax + by + c = 0$ ditentukan oleh

$$j = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

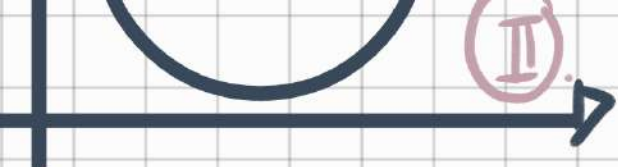


Persamaan Lingkaran yg berpusat di titik $(0,0)$ ditentukan oleh

$$x^2 + y^2 = r^2$$



Persamaan lingkaran yg berpusat di $A(a,b)$ dan berjarak r



Pers umum =
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

III Bentuk umum persamaan Lingkaran
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Rumus mencari pusat $\rightarrow P(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$

Rumus mencari jari-jari $\rightarrow r = \left| \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

POSISI SUATU TITIK TERHADAP LINGKARAN

I. Pusat (0|0), posisi titik (a|b) terhadap lingkaran $L \equiv x^2 + y^2 = r^2$

①. Titik (a|b) di dalam lingkaran L
maka, $a^2 + b^2 < r^2$

②. Titik (a|b) pada lingkaran L
maka, $a^2 + b^2 = r^2$

③. Titik (a|b) di luar lingkaran L
maka, $a^2 + b^2 > r^2$

II. Pusat P(a|b), posisi titik (c|d) terhadap lingkaran $L \equiv (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

①. Titik (c|d) di dalam lingkaran L
maka, $(c-a)^2 + (d-b)^2 < r^2$

②. titik (c|d) pada lingkaran L
maka, $(c-a)^2 + (d-b)^2 = r^2$

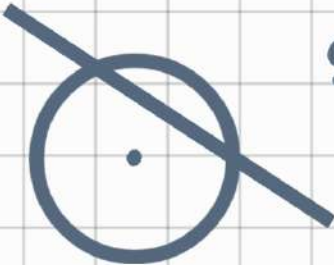
③ Titik (c,d) di luar lingkaran L
 maka, $(c-a)^2 + (d-b)^2 > r^2$

KEDUDUKAN LINGKARAN dan GARIS

note!

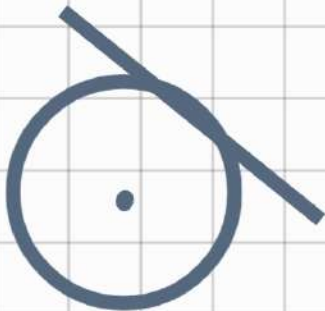
$$D = b^2 - 4ac$$

①.



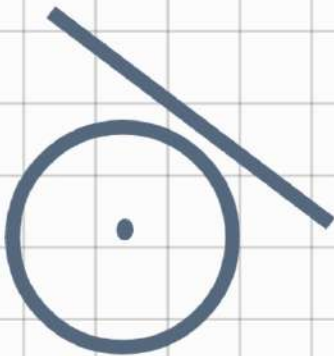
garis memotong lingkaran
 maka, $D > 0$

②.



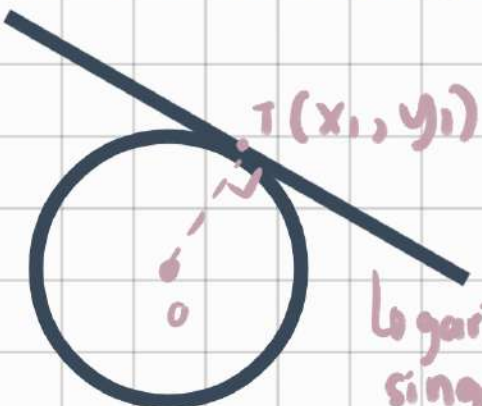
garis menyinggung lingkaran
 maka, $D = 0$

③.



garis tidak mengenai
 lingkaran
 maka, $D < 0$

GARIS SINGGUNG LINGKARAN



garis
 singgung

Persamaan garis

$$\hookrightarrow y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

gradien

$$m_{OT} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - 0}{x_1 - 0} = \frac{y_1}{x_1}$$

karena tegak lurus, maka

$$m_{OT} \cdot m_2 = -1$$

$$\rightarrow y - y_1 = m_2(x - x_1)$$

$$m_2 = -\frac{x_1}{y_1}(y - y_1)$$

$$y - y_1 = -\frac{(x - x_1)}{m_1} \cdot m_2$$

$$(y - y_1)y_1 = x_1(x - x_1)$$

$$y \cdot y_1 - y_1^2 = -x_1 \cdot x + x_1^2$$

$$x_1 \cdot x + y \cdot y_1 = x_1^2 + y_1^2$$

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

$$m_2 = -\frac{x_1}{y_1}$$

PBS $P(0|0)$

PBS $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

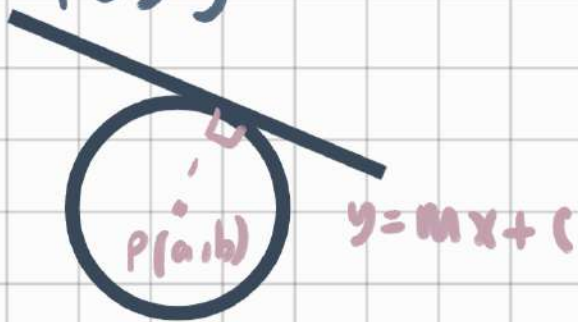
$$x_1 \cdot x + y_1 \cdot y = r^2$$

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$

PBS $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

$$x_1 \cdot x + y_1 \cdot y + \frac{A}{2}(x + x_1) + \frac{B}{2}(y + y_1) + C = 0$$

PBS jika m diketahui



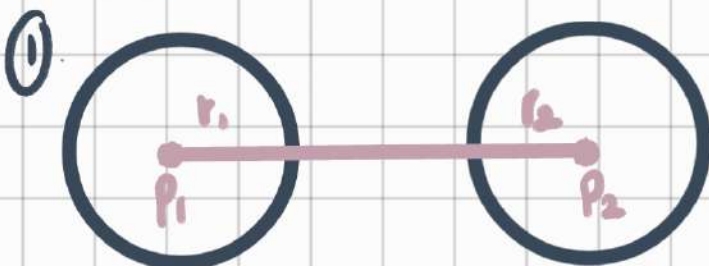
$$y = mx \pm r \sqrt{1 + m^2}$$

PBS jika m dan $P(a|b)$ diketahui

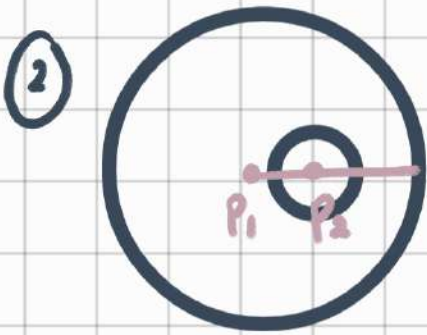
$$y - b = m(x - a) \pm r \sqrt{1 + m^2}$$

KEDUDUKAN 2 LINGKARAN

L_1 dan L_2 saling lepas

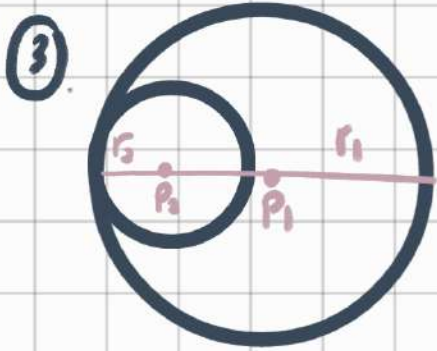


$$|P_1 P_2| > (r_1 + r_2)$$



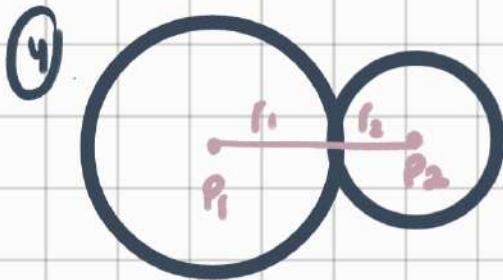
L_2 didalam L_1

$$|P_1 P_2| \leq |r_1 - r_2|$$



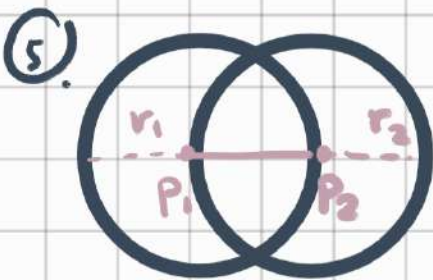
L_1 dan L_2 bersinggungan di dalam

$$|P_1 P_2| = |r_1 - r_2|$$



L_1 dan L_2 bersinggungan di luar

$$|P_1 P_2| = |r_1 + r_2|$$



L_1 dan L_2 saling berpotongan

$$|r_1 - r_2| < |P_1 P_2| < (r_1 + r_2)$$

